

## TD5

**Exercice 1.** Calculer l'intégrale  $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-x^2+bx} dx$ . En utilisant le résultat, calculer

$$I_n = \int_{-\infty}^{\infty} x^n e^{-x^2} dx, \quad n = 0, 1, 2, \dots$$

**Exercice 2.**

- En utilisant les résultats de l'exercice précédent, obtenir la forme explicite des polynômes (moniques) d'Hermite  $H_0(x)$ ,  $H_1(x)$ ,  $H_2(x)$ ,  $H_3(x)$ ,  $H_4(x)$ .
- Reconstruire les polynômes  $H_2(x)$ ,  $H_3(x)$ ,  $H_4(x)$  en utilisant  $H_0(x)$ ,  $H_1(x)$  et la formule de récurrence à 3 termes.
- Calculer la forme explicite de  $f$ ,  $g$ ,  $L$  pour les polynômes d'Hermite. En déduire la formule de dérivation pour  $\{H_n(x)\}$ .
- Démontrer la formule

$$H_n(x) = \frac{(-1)^n}{2^n} e^{x^2} \frac{d^n}{dx^n} e^{-x^2}.$$